

## **6. MODELOS DE OPTIMIZACIÓN EN LA MINERÍA GLOBAL**



## **6.1 Modelo de Optimización para la Cadena de Suministro Global de la Minería No Metálica Bajo la Consideración de Estructuras de Colaboración con Elementos de Planeación de la Capacidad**

La cadena de la minería en el sector de minerales no metálicos, se encuentra compuesta por las industrias manufactureras de vidrio, arcilla, cerámica no refractaria, cemento, cal, yeso y artículos de hormigón, permitiendo proveer de los materiales al sector de la construcción de vivienda y obras civiles (DNP, 2011). La definición de materiales de la construcción (minerales no metálicos) que propone *The Aggregates Handbook*, es “cualquier combinación de arena, gravas, gravillas y piedras trituradas en su estado natural o procesado”, aun así, algunas fuentes de información no coinciden con los mismos niveles de desagregación (Aguilar, León y Meléndez, 2006). El transporte está dado por la transferencia de los productos o minerales desde un punto geográfico de oferta a otro de demanda utilizando diferentes medios y modos de transporte (Robusté, 2005).

En lo relacionado con estudios sobre el sector de minerales no metálicos, se exponen casos como el de Canadá, que no sólo ha contribuido al crecimiento del sector gracias a la elevada disponibilidad de recursos mineros, sino también a la formulación de políticas públicas que han sido orientadas para impulsar el desarrollo tecnológico, formar el talento humano para fortalecer los estudios mineros, y promocionar la minería a nivel internacional. Particularmente, en América Latina sobresale el resultado que ha tenido la agrupación de empresas para la economía minera de cada país. En ese sentido, aunque es complicado que se llegue fácilmente a acuerdos entre las pequeñas, medianas y grandes empresas mineras, los beneficios que se derivan de la cadena integrada han ido en aumento en relación a aquellos obtenidos de manera individual (Aguilar, León y Meléndez, 2006). Un aspecto, a considerar de la minería colombiana,

es que se encuentra clasificada en cuatro (4) segmentos (ver tabla 21), los cuales se distribuyen por las regiones del país y poseen los diversos tipos de minerales.

**Tabla 21.**  
*Clasificación de segmentos del sector minero colombiano.*

<b>Segmento 1</b>
Corresponde a mineros de tradición, en ámbitos de dimensión local o regional, en el cual las actividades son de sustento y los niveles de productividad bajos. El impacto de su labor es más social que económico.
<b>Segmento 2</b>
Pertenecen empresas mineras emergentes, encadenadas o integradas verticalmente con procesos de transformación y de agregación de valor al producto
<b>Segmento 3</b>
Empresas con alta capacidad de inversión y excelente conocimiento del riesgo exploratorio, que manejan mejor los procesos de explotación y beneficio minero, los cuales suelen transferir total o parcialmente a empresas especializadas en ese tipo de actividades. Por estas características se pueden calificar como agentes aceleradores del desarrollo minero.
<b>Segmento 4</b>
Las grandes empresas mineras, que operan las mayores minas del mundo y poseen porciones significativas del mercado de uno o varios productos mineros.

Fuente: UPME (2010)

El diseño de un modelo matemático para la optimización de la cadena de suministro global (GSC) de la minería con enfoque en estructuras colaborativas que incluye elementos de planeación de la capacidad en el sector de los no metálicos, especialmente los materiales para la construcción, es novedoso. A través de la revisión de la literatura no se encontró un modelo matemático que integre los aspectos que incluyen, la cadena de suministro global, minerales no metálicos, enfoque colaborativo, y planeación de la capacidad, lo que redundará a la luz de los beneficios de otros modelos colaborativos, en mayor integración y coordinación en los procesos en los eslabones desde la extracción hasta la distribución de materiales (los que se prioricen), en los flujos, en el intercambio de

información y la toma de decisiones estratégicas que promoverán el diseño de sistemas logísticos acorde a los requerimientos del sector. Lo cual, puede verse traducido en beneficios económicos y prácticos, en una disminución de los costos unitarios, alta productividad, entregas puntuales y rápidas, servicio de calidad, innovación en los procesos, nuevos sistemas de gestión de la cadena, alta flexibilidad con base en la capacidad colaborativa y al volumen demandado y como consecuencia un incremento de los niveles de competitividad con clara planeación logística que integre gradualmente a otros sectores.

### 6.1.1 Modelo Conceptual

Dentro de los Modelos que se consideraron para caracterizar y modelar un modelo integral, se tomaron como referencias los modelos de Referencia (figuras de la 85 a la 88) que se plantean a continuación:

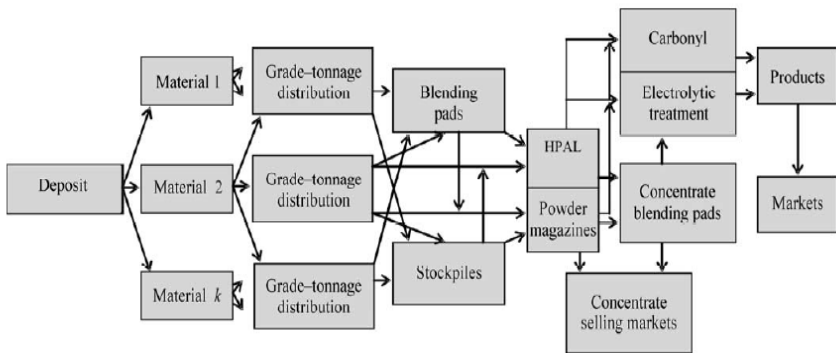


Figura 85. Modelo de referencia 1.

Fuente: Montiel y Dimitrakopoulos (2013)

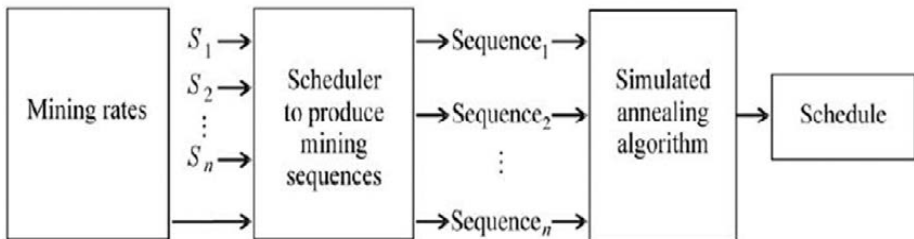


Figura 86. Modelo de referencia 2.

Fuente: Montiel y Dimitrakopoulos (2015)

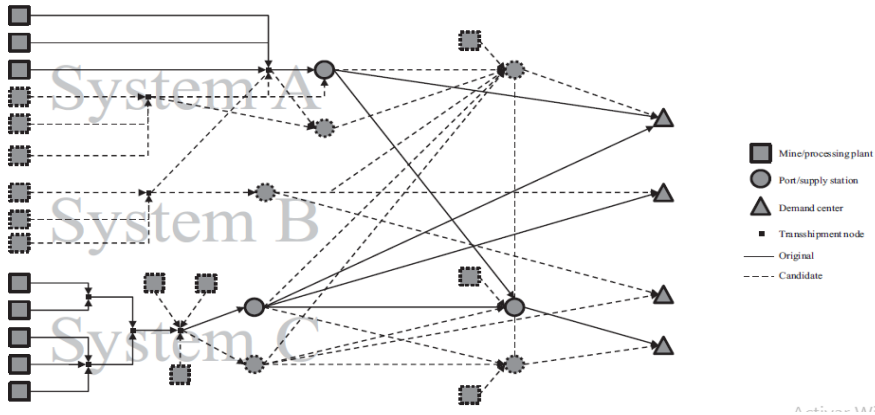


Figura 87. Modelo de referencia 3.

Fuente: Pimentel et al. (2011).

De esta forma para el Modelo conceptual de la cadena de suministro considerando aspectos de colaboración y elementos de capacidad, se definió la siguiente caracterización, así:

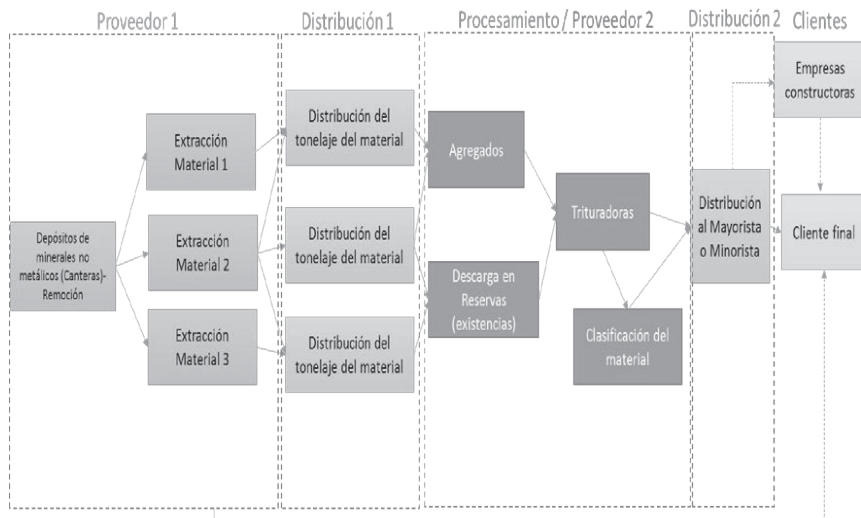


Figura 88. Modelo de conceptual de la cadena de suministro considerando aspectos de colaboración y elementos de capacidad.

Fuente: Los autores

## 6.1.2 Modelo Matemático

El modelo matemático planteado considera diferentes supuestos que facilitan la comprensión de su estructura, funcionamiento, validación y la interpretación de los resultados.

- Para optimizar el complejo minero, existen diferentes etapas de la cadena de suministro que intervienen simultáneamente.
- Existen múltiples escenarios que permiten modelar la incertidumbre en la cadena de suministro y realizar un análisis de sensibilidad para analizar el grado de colaboración o integración de la misma.
- Dada una función objetivo para un escenario particular, puede ser denotada por  $Obj$ . Cada escenario es equiprobabilístico

$$Obj \approx \left( \frac{1}{\#Escenarios} \times \left( \sum_{e=1}^E Obj_E \right) \right)$$

- Existen múltiples tipos de productos minerales.
- Los minerales no metálicos son explotados y extraídos desde de los yacimientos, depósitos, minas o canteras como materia prima.
- Existen múltiples depósitos o canteras desde donde se envían distintos materiales hasta las plantas de procesamiento o sitios de reserva/almacenamiento.
- Diferentes tipos de materiales se almacenan en reservas, dado que pueden tener propiedades minerales disímiles. En este sentido, se considera una reserva para cada tipo de material facilitando la operación de mezclado.
- Para cada escenario, un determinado bloque o terraza es enviado a una zona de reserva con su tipo de material. Sin embargo, para efectos del modelado el almacenamiento se considera que se realiza en  $P=0$ .
- Existen múltiples plantas de procesamiento.
- En cada planta de procesamiento existen distintas alternativas de operación.
- En cada planta de procesamiento el material es transformado en productos intermedios o finales, que luego se transportan al destino final.

- Existen propiedades minerales que controlan la operación de los diferentes procesos y se calculan como expresiones matemáticas o proporciones de los diferentes elementos de calidad, por ejemplo, el factor de finos de los productos que salen del proceso o el objetivo de proporción de minerales no metálicos procesados.
- Existen distintas alternativas de transporte.
- Se considera el despacho de diversos productos desde las plantas de procesamiento, luego de ser recuperados a través de múltiples alternativas de operación. Estos pueden ser comercializados en puntos de venta a través de distintos sistemas de transporte.
- Para extraer los minerales en los depósitos o canteras se trabaja por terrazas o bloques, con base en las características del terreno. En este sentido, para llegar a una terraza o bloque  $b$ , se deben excavar primero las terrazas o bloques  $j$ , que son predecesores ( $P_b$ ) y es necesaria su remoción (figura 68). Para efectos del modelado se consideran bloques  $b$  y sus predecesores son subconjuntos artificiales o dummies  $j$ .
- Las relaciones entre las precedencias de los bloques es transitiva, es decir, si un bloque  $j$  es predecesor de un bloque  $b$  y si  $k$  es predecesor de un bloque  $j$ , entonces el bloque  $k$  es también predecesor del bloque  $b$ . Esta propiedad transitiva es usada para describir los predecesores inmediatos a  $b$ .

## Formulación del modelo matemático.

En esta sección se presenta el modelo matemático para la optimización de la cadena de suministro de la minería de no metálicos bajo consideración de un enfoque de colaboración a través de la integración con elementos de planeación de la capacidad en un horizonte de tiempo determinado, teniendo en cuenta los supuestos mencionados y con base en Montiel y Dimitrakoupolus (2013), Lamghari y Dimitrakoupolus (2015), Dimitrakoupolus (2011). En los ítems a continuación y las 22 y 23, se muestran los conjuntos, parámetros, variables, función objetivo y restricciones del modelo.

### Definición de conjuntos.

En la tabla 22 se presentan los conjuntos e índices del modelo matemático.



**Tabla 22**  
*Conjuntos e índices del modelo matemático*

<b>CONJUNTOS</b>	
<b>NOMENCLATURA</b>	<b>DESCRIPCIÓN</b>
<i>E</i>	Escenarios
<i>T</i>	Períodos u horizonte de planificación operativa en la cadena
<i>Alias (t,k)</i>	Períodos de planificación operativa en bloques predecesores a b
<i>C</i>	Canteras, extractores o productores de mineral no metálico
<i>B</i>	Terrazas de extracción o bloques dentro de la cantera
<i>Alias (b,j)</i>	Bloques predecesores a B
<i>P</i>	Plantas de procesamiento disponibles, donde Subconjunto P0 corresponde a reservas o sitio de almacenamiento
<i>A (P)</i>	Alternativas de operación en la planta de procesamiento P.
<i>M</i>	Productos de minerales no metálicos
<i>U</i>	Propiedades operativas de proporción de productos minerales no metálicos que quedan de una piedra amorfa de caliza
<i>S</i>	Sistemas de transporte empleados

**Parámetros.**

En la tabla 23 se muestran los parámetros del modelo, teniendo en cuenta los de índole económica y los operativos.

**Tabla 21.**  
*Parámetros del modelo matemático*

PARÁMETROS ECONÓMICOS	
NOMENCLATURA	DESCRIPCIÓN
$precio (m)$	Precio del producto mineral no metálico $m$ por tonelada
$cc (c,e)$	Costos asociados a explotación de la cantera $c$ por toneladas bajo el escenario $e$
$cp (p,a)$	Costos de procesamiento por toneladas en la planta de procesamiento $p$ usando alternativa de operación $a$
$cs (e)$	Costos de almacenamiento o reserva de los materiales por toneladas bajo el escenario $e$
$cm (e)$	Costos de manejo de materiales desde reservas o lugares de almacenamiento hasta plantas de procesamiento por toneladas
$ct (s,e)$	Costos de transporte por toneladas usando el sistema de transporte $s$ bajo el escenario $e$
$tasad (e)$	Tasa de descuento

PARÁMETROS OPERATIVOS	
NOMENCLATURA	DESCRIPCIÓN
$ma(b,e,t)$	Masa del área o terraza de extracción $b$ bajo el escenario $e$ en el período $t$
$Re(p,a)$	Proporción de salida / entrada de tonelaje en la alternativa operativa $a$ de la planta de procesamiento $p$ . (Esto ayuda a definir lo que se merma o desperdicia)
$Tr (p,s)$	0-1 parámetro que indica si el material de salida de las plantas de procesamiento (trituradoras) $p$ puede transportarse utilizando el sistema de transporte $s$
$prot (p,a,m)$	Proporción de producto no metálico $m$ recuperado que es procesado en las plantas de procesamiento $p$ utilizando la alternativa de operación $a$ . (Esto lo definimos como la capacidad que tiene el proceso para generar el producto, es decir se relaciona con la condición o configuración del sistema para entregar un tipo de producto)

PARÁMETROS OPERATIVOS	
$g(b,e,m)$	Porcentaje de productos que puede quedar la roca extraída
$CAPM(c)$	Capacidades de producción en la cantera $c$
$CAPS(s)$	Capacidad del sistema de transporte $s$
$CAPP(p,a)$	Capacidad de procesamiento en la planta de procesamiento $p$ usando alternativa $a$
$OP(p,a,u)$	Objetivo operativo de proporción de producto no metálico $u$ en la planta de procesamiento $p$ usando la alternativa operativa $a$
$PEU(t,c)_U$	Costo de penalización por tonelada asociado con la desviación excesiva de la producción en cantera $c$ durante el período $t$
$PEL(t,c)_L$	Costo de penalización por tonelada asociado con la subdesviación de la producción en cantera $c$ durante el período $t$
$PEUP(t,p,a)_U$	Costo de penalización por tonelada asociado con la desviación excesiva del procesamiento en alternativa de operación $a$ de la planta de procesamiento $p$ durante el período $t$
$PELP(t,p,a)_L$	Costo de penalización por tonelada asociado con subdesviación de la producción en alternativa de operación $a$ de la planta de procesamiento (trituradoras) $p$ durante el período $t$
$PEUK(t,p,a,u)_U$	Costo por penalización por tonelada asociado con la desviación excesiva del objetivo superior de la proporción de producto no metálico $u$ en el período $t$ considerando la operación alternativa $a$ de la planta de procesamiento $p$
$PELK(t,p,a,u)_L$	Costo de penalización por tonelada asociado con la subdesviación del objetivo inferior de la proporción de producto no metálico $u$ en el período $t$ considerando la operación alternativa $a$ de la planta de procesamiento $p$
$PEUS(t,s)_U$	Costo por penalización por tonelada asociado con exceder la capacidad del sistema de transporte $s$ durante el periodo $t$

PARÁMETROS OPERATIVOS	
$PELS(t,s)_L$	Costo por penalización por tonelada asociado con el incumplimiento de la capacidad de tonelaje del sistema de transporte $s$ durante el período $t$
$Ffinos(t,b)$	Factor de finos por terrazas $b$ en el periodo $t$ , de acuerdo al porcentaje de las impurezas del material extraído
$Calidad$	Es un escalar que determina el porcentaje máximo de productos con impurezas que quedan luego del procesamiento en las plantas $p$

Variables.

En la tabla 23 se muestran las variables del modelo, teniendo en cuenta las principales, las de índole económica, las de capacidad y de calidad.

**Tabla 23.**  
*Variables del modelo matemático*

VARIABLES PRINCIPALES	
NOMENCLATURA	DESCRIPCIÓN
$X(b,t,p)$	Variable binaria que indica si un área (bloque $b$ ) es minada en el periodo $t$ y se envía a la planta de procesamiento $p$
$Y(t,p,a)$	Variable binaria que indica si se implementa o no una alternativa de procesamiento $a$ en la planta de procesamiento $p$ en el periodo $t$
$Z(t,p,s)$	Variable continua que representa la proporción del tonelaje de salida de la planta de procesamiento $p$ que se transportará por el sistema de transporte $s$ en el período $t$
VARIABLES EN LA FUNCIÓN OBJETIVO	
$W$	Utilidades netas de la operación en la cadena de suministro minera de no metálicos
$benefdesc(e,t)$	Beneficio por descuento en el periodo $t$ bajo el escenario $e$
$penalidad(e,t)$	Término de penalización de la función objetivo en el periodo $t$ bajo el escenario $e$

VARIABLES ECONÓMICAS Y DE CAPACIDAD	
NOMENCLATURA	DESCRIPCIÓN
<i>ingresos(e,t)</i>	Ingresos por ventas del mineral no metálico en el período t bajo el escenario e
<i>costocant (e,t)</i>	Costos de la explotación minera en las canteras en el período t bajo escenario e
<i>costproc(e,t)</i>	Costos de procesamiento de los minerales no metálicos en el período t bajo escenario e
<i>costalm(e,t)</i>	Costos de almacenamiento de los minerales no metálicos en el período t bajo el escenario e
<i>costmat(e,t)</i>	Costo de envío del material desde las reservas o sitios de almacenamiento hacia las plantas de procesamiento disponibles en el período t bajo el escenario e
<i>costrans(e,t)</i>	Costos de transporte de los productos minerales distribuidos hacia comercializadoras o puntos de venta en el período t bajo el escenario e
<i>penalcant(e,t)</i>	Penalizaciones por las desviaciones de las capacidades de producción de las canteras en el período t bajo el escenario e (Unidad monetaria)
<i>penalproce(e,t)</i>	Penalizaciones por las desviaciones de las capacidades de procesamiento mediante alternativas de operación en el período t bajo el escenario e (Unidad monetaria)
<i>penalprod(e,t)</i>	Penalizaciones por las desviaciones de los propiedades operacionales de los minerales en el período t en el escenario e (Unidad monetaria)
<i>penaltrans(e,t)</i>	Penalizaciones por las desviaciones de la capacidades de los sistemas de transporte en el período t bajo el escenario e (Unidad monetaria)
<i>producant(e,t)</i>	Toneladas extraídas en las canteras en el período t bajo el escenario e
<i>tonenv(e,t,p)</i>	Toneladas enviadas desde las canteras hasta las plantas de procesamiento p en el período t bajo el escenario e
<i>tonexist(e,t)</i>	Toneladas almacenadas en las reservas en el período t bajo el escenario e

$tonrespla(e,t,p)$	Toneladas enviadas desde las reservas o sitios de almacenamiento a las plantas de procesamiento p en el período t bajo el escenario e
$tonproces(e,t,p)$	Toneladas de minerales procesados en la planta de procesamiento p en el período t bajo el escenario e
$matecant(e,t,p,m)$	Cantidad de mineral no metálico por tipo m enviado desde las canteras hasta las plantas de procesamiento p en el período t bajo escenario e y el tipo de material m
$materespla(e,t,p,m)$	Cantidad de mineral no metálico por tipo m enviado desde las reservas hasta las plantas de procesamiento p en el período t bajo el escenario e y el tipo de material m
$matexist(e,t,m)$	Productos minerales no metálicos m en almacenamiento en el período t bajo el escenario e
$matproce(e,t,p,m)$	Productos minerales no metálicos m en proceso en la planta p en el período t bajo el escenario e.
$produdest(e,t,p)$	Toneladas que salen (outputs) del procesamiento de los minerales no metálicos de la planta de procesamiento p en el período t bajo el escenario e
$produtrans(e,t,s)$	Toneladas transportadas de productos minerales no metálicos utilizando el sistema de transporte s en el período t bajo el escenario e
$recmat(e,t,m)$	Cantidad de mineral no metálico m que se recupera mediante distintas alternativas operativas en el período t bajo el escenario e
<b>VARIABLES DE DESVIACIÓN</b>	
$VU(e,t,c)_U$	Toneladas que exceden la capacidad asociada con la cantera c en el período t bajo el escenario e
$VL(e,t,c)_L$	Cantidad de toneladas faltantes en la cantera c durante el período t bajo el escenario e con respecto a su capacidad asociada
$VUA(e,t,p,a)_U$	Toneladas que exceden la capacidad asociada con la alternativa de operación a en la planta de procesamiento p en el período t considerando el escenario e

$VLA(e,t,p,a)_L$	Cantidad de toneladas faltantes para la planta de procesamiento p en el período t bajo el escenario e considerando la alternativa de operación a y su capacidad asociada
$VUP(e,t,p,a,u)_U$	Cantidad de toneladas por encima del objetivo operativo con respecto a la proporción de mineral no metálico recuperado u en la alternativa de operación a de la planta de procesamiento p en el período t bajo el escenario e
$VLP(e,t,p,a,u)_L$	Cantidad de toneladas por debajo del objetivo operativo con respecto a la proporción de mineral no metálico recuperado u en la alternativa de operación a de la planta de procesamiento p en el período t bajo el escenario e
$VUS(e,t,s)_U$	Toneladas que exceden la capacidad asociada con el sistema de transporte s en el período t considerando el escenario e
$VLS(e,t,s)_L$	Cantidad de toneladas faltantes con respecto a la capacidad asociada con el sistema de transporte s en el período t bajo el escenario e

### **Función objetivo**

La función objetivo viene dada por la ecuación (1) y busca maximizar las utilidades descontadas y minimizar las desviaciones de los objetivos a lo largo de todos los períodos y escenarios (derivados del tipo de colaboración). El primer término de la función objetivo tiene en cuenta los beneficios descontados al evaluar los ingresos obtenidos por la venta de los diferentes productos y los costos asociados a las diferentes actividades del complejo minero. El segundo término, representa las desviaciones con respecto a los objetivos de producción, el procesamiento, transporte y mezclado y puede considerarse como un costo de penalización incurrido al no cumplir con los objetivos.

El valor de la penalización (s, t) depende de las desviaciones de los propios objetivos y la magnitud de los costos de penalización por unidad asociados. Si los costos de penalización por unidad son demasiado altos, el método mejorará la reproducción de los objetivos ignorando el primer término de la función objetivo, generando una pobre mejora del VPN

(Valor presente neto) esperado. Por el contrario, los costos de penalización por unidad demasiado pequeños generarán soluciones con pronósticos de VPN grandes.

Maximizar

$$W = \sum_{t=1}^T \left( \frac{1}{\#Escenarios} \left( \sum_{e=1}^E \text{benefdesc}(e, t) - \text{penalidad}(e, t) \right) \right) \quad (1)$$

Sujeto a:

Restricciones (2) – (35)

**Restricciones.**

El modelo matemático está sujeto a las siguientes restricciones:

La cantidad de toneladas minadas en un período t bajo el escenario e:

$$\text{producant}(e, t) = \sum_{b=1}^B \sum_{p=0}^P X(b, t, p) \cdot \text{ma}(b, e, t) \quad \forall (e, t) \quad (2)$$

Las toneladas enviadas desde las canteras c a alguna planta de procesamiento p o reservas "P0":

$$\text{tonenv}(e, t, p) = \sum_{b=1}^B X(b, t, p) \cdot \text{ma}(b, e, t) \quad \forall (e, t, p) \quad (3)$$

Toneladas en las reservas o sitios de almacenamiento en el período t bajo el escenario e (Balance de flujos de materiales):

$$\begin{aligned} \text{tonexist}(e, t) &= \text{tonexist}(e, t - 1) \\ &- \sum_{p=1}^P \text{tonrespla}(e, t, p) + \text{tonenv}(e, t, 'P0') \quad \forall (e, t) \quad (4) \end{aligned}$$

Toneladas de mineral no metálico procesadas en una planta p durante el periodo t bajo escenario e:

$$\text{tonproces}(e, t, p) = \text{tonenv}(e, t, p) + \text{tonrespla}(e, t, p) \quad \forall (e, t, p > P0) \quad (5)$$



Toneladas de mineral no metálico enviadas desde zonas de reserva no pueden ser mayores que las cantidades disponibles en almacenamiento:

$$\sum_{p=1}^P \text{tonrespla}(e, t, p) \leq \text{tonexist}(e, t - 1) \forall (e, t) \quad (6)$$

Cantidad de mineral no metálico m por tipo enviado desde las canteras c a alguna planta de procesamiento p:

$$\text{matecant}(e, t, p, m) = \sum_{b=1}^B (X(b, t, p) \cdot \text{ma}(b, e, t) \cdot g(b, e, m)) \forall (e, t, p, m) \quad (7)$$

Cantidad de mineral no metálico m por tipo en sitios de almacenamiento o reservas:

$$\begin{aligned} \text{matexist}(e, t, m) &= \text{matexist}(e, t - 1, m) \\ &- \sum_{p=1}^P \text{materespla}(e, t, p, m) + \text{matecant}(e, t, P0, m) \forall (e, t, m) \quad (8) \end{aligned}$$

Cantidad de mineral no metálico m por tipo procesado en plantas de procesamiento p:

$$\begin{aligned} \text{matproce}(e, t, p, m) &= \text{matecant}(e, t, p, m) \\ &+ \text{materespla}(e, t, p, m) \forall (e, t, p > P0, m) \quad (9) \end{aligned}$$

Toneladas de mineral no metálicos m por tipo, enviados desde zonas de reserva no pueden ser mayores que las cantidades disponibles en almacenamiento:

$$\sum_{p=1}^P \text{materespla}(e, t, p, m) \leq \text{matexist}(e, t - 1, m) \forall (e, t, m) \quad (10)$$

La cantidad de toneladas que salen (outputs) desde las plantas de procesamiento p en un período t bajo el escenario e:

$$\begin{aligned} \text{proddest}(e, t, p) &= \sum_{a=1}^{A(p)} (\text{tonproces}(e, t, p) \cdot Y(t, p, a) \cdot \text{Re}(p, a)) \forall (e, t, p > P0) \quad (11) \end{aligned}$$

Las toneladas transportadas por el sistema  $s$  en un período  $t$  bajo el escenario  $e$ :

$$produtrans(e, t, s) = \sum_{p=1}^P (produdest(e, t, p) \cdot Z(t, p, s)) \forall (e, t, s) \quad (12)$$

La cantidad de mineral  $m$  por tipo que es recuperado en las plantas de procesamiento en el período  $t$  bajo el escenario  $e$ :

$$recmat(e, t, m) = \sum_{p=1}^P \sum_{a=1}^{A(p)} (matproce(e, t, p, m) \cdot prot(p, a, m)) \forall (e, t, m) \quad (13)$$

Los ingresos asociados a la venta de productos obtenidos en la cadena de suministro minera de no metálicos:

$$ingresos(e, t) = \sum_{m=1}^M (recmat(e, t, m) \cdot precio(m)) \forall (e, t) \quad (14)$$

Costos asociados a la explotación o extracción en las canteras la cadena de suministro minera de no metálicos:

$$costocant(e, t) = produmin(e, t) \cdot cc(c, e) \forall (e, t, c) \quad (15)$$

Costos asociados al procesamiento en la cadena de suministro minera de no metálicos:

$$costproc(e, t) = \sum_{p=1}^P \sum_{a=1}^{A(p)} (tonproces(e, t, p) \cdot cp(p, a) \cdot Y(t, p, a)) \forall (e, t) \quad (16)$$

Costos asociados al almacenamiento de minerales no metálicos en la cadena de suministro minera:

$$costalm(e, t) = tonexist(e, t) \cdot cs(e) \forall (e, t) \quad (17)$$

Costos asociados al manejo de materiales en proceso desde la cadena de suministro minera de no metálicos:

$$costmat(e, t) = \left( \sum_{p=1}^P tonrespla(e, t, p) \right) \cdot cm(e) \forall (e, t) \quad (18)$$

Costos asociados al transporte de productos en la cadena de suministro minera de no metálicos:

$$costrans(e, t) = \sum_{s=1}^S (produtrans(e, t, s) \cdot ct(s, e)) \forall (e, t) \quad (19)$$

Desviaciones con respecto a la capacidad de producción de la cantera c:

$$\begin{aligned} \sum_{b=1}^b \sum_{p=0}^P X(b, t, p) \cdot ma(b, e, t) + VU(e, t, c)_U - VL(e, t, c)_L \\ = CAPM(c) \forall (c, t, e) \quad (20) \end{aligned}$$

Desviaciones con respecto a la capacidad de transporte en el sistema s:

$$produtrans(e, t, s) + VUS(e, t, s)_U - VLS(e, t, s)_L = CAPS(s) \forall (s, t, e) \quad (21)$$

Desviaciones con respecto a la capacidad de procesamiento en la planta p mediante alternativa a:

$$tonproces(e, t, p) + VUA(e, t, p, a)_U + VLA(e, t, p, a)_L = CAPP(p, a) \forall (p > P0, a, t, e) \quad (22)$$

Desviaciones con respecto al objetivo operativo de proporción de producto no metálico u en la planta de procesamiento p usando la alternativa operativa a:

$$matproce(e, t, p, m) + VUP(e, t, p, a, u)_U - VLP(e, t, p, a, u)_L = OP(p, a, u) \forall (p > P0, a, t, e, m) \quad (23)$$

Penalidades asociadas a las canteras c (costos):

$$\begin{aligned} penalcant(e, t) \\ = \sum_{c=1}^c (PEU(t, c)_U \cdot VU(e, t, c)_U + PEL(t, c)_L \\ \cdot VL(e, t, c)_L) \forall (e, t) \quad (24) \end{aligned}$$

Penalidades asociadas al sistema de transporte s (costos):

$$\begin{aligned} penaltrans(e, t) \\ = \sum_{s=1}^s (PEUS(t, s)_U \cdot VUS(e, t, s)_U + PELS(t, s)_L \\ \cdot VLS(e, t, s)_L) \forall (e, t) \quad (25) \end{aligned}$$

Penalidades asociadas a las plantas de procesamiento p (costos):

$$\begin{aligned} & \text{penalproce}(e, t) \\ &= \sum_{p=1}^P \sum_{a=1}^{A(p)} ((PEUP(t, p, a)_U \cdot VUA(e, t, p, a)_U + PELP(t, p, a)_L \\ & \cdot VLA(e, t, p, a)_L) \forall (e, t) \quad (26) \end{aligned}$$

Penalidades con respecto al objetivo operativo de recuperación de materiales no metálicos u, mediante alternativa de operación a (costos):

$$\begin{aligned} & \text{penalprod}(e, t) \\ &= \sum_{p=1}^P \sum_{a=1}^{A(p)} \sum_{u=1}^U (PEUK(t, p, a, u)_U \cdot VUP(e, t, p, a, u)_U \\ & + PELK(t, p, a, u)_L \cdot VLP(e, t, p, a, u)_L) \forall (e, t) \quad (27) \end{aligned}$$

Una terraza (bloque b) no se mina hasta que se haya explotado otra en el período t (Un bloque es minado antes de ser almacenado):

$$\sum_{p=0}^P X(b, t, p) - \sum_{k=1}^t \sum_{p=0}^P X_{j k p} \leq 0 \forall (b, t, j) \quad (28)$$

Asegura que un área de extracción o terraza es minada sólo una vez en todos los períodos t (Minado 100%):

$$\sum_{t=1}^T \sum_{p=0}^P X(b, t, p) = 1 \forall (b) \quad (29)$$

Una alternativa operativa a es seleccionada en una planta de procesamiento p en un período t:

$$\sum_{a=1}^{A(p)} Y(t, p, a) = 1 \forall (t, p > P0) \quad (30)$$

Todo el material que sale en una planta de procesamiento p es transportado:

$$Z(t, p, s) \leq Tr(p, s) \forall (t, p > P0, s) \quad (31)$$

Se respetan las relaciones viables entre el sistema de transporte s que será usado y las capacidades requeridas en los procesos:

$$\sum_{s=1}^S Z(t, p, s) = 1 \quad \forall (t, p > P0) \quad (32)$$

Calidad de los productos recuperados  $m$  en cada planta de procesamiento:

$$\sum_{t=1}^T (\text{recmat}(e, t, m) * F\text{Finos}(t, b) * X(b, t, p)) \\ \leq \text{calidad} \cdot \sum_{t=1}^T \text{recmat}(e, t, m) \quad \forall (e, b, m, p) \quad (33)$$

El beneficio neto con base en la diferencia entre los ingresos y costos asociados a la actividad minera:

$$\text{benefdesc}(e, t) = \frac{(\text{ingresos}(e, t) - \text{costomina}(e, t) - \text{costproc}(e, t) \\ - \text{costalm}(e, t) - \text{costmat}(e, t) - \text{costrans}(e, t))}{(1 + \text{tasad}(e))^t} \quad (34)$$

Cálculo de las penalidades por períodos  $t$  bajo el escenario  $e$ :

$$\text{penalidad}(e, t) \\ = \text{penalcant}(e, t) + \text{penaltrans}(e, t) + \text{penalproce}(e, t) \\ + \text{penalprod}(e, t) \quad (35)$$

Condición de no negatividad para:

$Z, \text{ingresos}, \text{costocant}, \text{costproc}, \text{costalm}, \text{costmat}, \text{costrans}, \text{penalcant}, \text{penalproce}, \\ \text{penalprod}, \text{penaltrans}, \text{producant}, \text{tonenv}, \text{tonexist}, \text{tonrespla}, \text{tonproces}, \text{matecant}, \\ \text{materespla}, \text{matexist}, \text{matproce}, \text{proddest}, \text{produtrans}, \text{recmat}, VU, VL, VUA, VLA, \\ VUP, VLP, VUS, VLS \geq 0$

Variables binarias:  $X(b, t, p), Y(t, p, a) \in [0,1]$

Variable continua (proporción):  $Z \leq 1$

## 6.2 Modelo Matemático Multiobjetivo para la Planeación Colaborativa de la Cadena de Suministro de los Materiales para la Construcción.

El problema de planificación colaborativa de los materiales para la construcción a través de un modelo multiobjetivo, considerando incertidumbre y ruidos, que permita maximizar los procesos a lo largo de

la cadena y los beneficios a todos los miembros: proveedores, fabricantes, distribuidores y detallistas

### 6.2.1 Definición del Problema

El Modelo planteado buscó identificar elementos de colaboración sobre la cadena de suministros de materiales de construcción del sector arcilla para el departamento de Sucre. Los actores involucrados dentro del modelo multiobjetivo son proveedores, canteras de extracción, procesamiento y almacenamiento, Canales de distribución, detallistas y consumidor final.

- **Proveedores:** Para este caso es el encardado de suministrar la materia prima como es esencialmente la arcilla, la cual se extrae de las canteras ubicadas cerca del sitio de producción de la empresa Cerámicas.
- **Fabricante:** Empresa dedicada a la fabricación de bloques de arcilla o cemento, a la fabricación del sementó y demás materiales destinados a la construcción, la empresa Cerámicas, es también un actor fabricante dentro de la SCM, ya que es fabricante de ladrillos de arcilla.
- **Distribuidor:** Empresas mayoristas que compran al por mayor a los fabricantes para facilitar la distribución de los productos, la empresa Cerámicas forma parte de este eslabón dentro de la cadena de suministro ya que distribuye a los mayoristas y a su vez a los detallistas sus productos.
- **Detallista:** Son aquellos minoristas que llevan el producto al consumidor final, dentro de esto existen a nivel regional y muchas empresas que se dedican a esta labor que venden sus productos a las constructoras, la empresa Cerámicas, también ejerce este papel dentro de la SCM, tiene un gran número de empresas constructoras que se surten directamente de esta empresa.
- **Cliente o Consumidor:** las diferentes empresas constructoras o particulares, maestros de obras y demás personas que se sirven de los diversos materiales para la realización de sus obras ya sean pequeñas o grandes obras de ingeniería civil.

## 6.2.2 Parámetros del Modelo

Para el planteamiento del modelo se tomaron los siguientes parámetros de entrada: datos de fabricación, datos de transporte, datos de Inventario y datos de costos.

### 6.2.3 Supuestos

- Proveedores de materia prima
- Existen muchos proveedores
- Servicio de 8 Horas de lunes a sábado
- Productos defectuosos ( $0 < \alpha < 1$ ) suministrados por el proveedor
- Capacidad de almacenamiento
- Cantidad a compra y entrega de cada materia prima por proveedor a la planta
- Stock de inventario de materia prima en la planta productora
- Producción
  - Existen muchos productores
  - Servicio de 8 Horas de lunes a sábado
  - $\beta$  Productos defectuosos ( $0 < \beta < 1$ ) suministrados
  - Capacidad de almacenamiento durante el periodo
  - Cantidad a producir en la planta durante el periodo
  - Stock de producto terminado en la planta productora
- Distribución
  - Existen muchos productores
  - Servicio de 8 Horas de lunes a sábado
  - Capacidad de envío de cada Productor a cada distribuidor durante el periodo
  - Stock de inventario de cada producto por Distribuidor durante el periodo

- Clientes

Existen muchos Clientes

Servicio de 8 Horas de lunes a sábado

Capacidad de envío de cada Productor a cada cliente durante el periodo

Stock de inventario de cada producto por Cliente durante el periodo

- Outputs del modelo

Plan de despacho de productos (materia prima o producto terminado) en cada etapa de la cadena de suministros. Plan de compra (materia prima o producto terminado) en cada etapa de la cadena de suministros. Plan de Producción. Plan de Ventas. Stock de inventarios. Estudio de costos.

- Nomenclatura de índices del modelo.

**Tabla 29.**

*Nomenclatura Índice de Modelo de Colaboración para la Minería.*

Periodo Actual	T
Periodo Anterior	T-1
Materia Prima	M
Productor	P
Fabricante	F
Distribuidor	D
Producto	L
Esperado	E



**Tabla 30.**  
*Ingresos y Costos de Modelo de Colaboración para la Minería.*

Utilidad del proveedor durante el Periodo (T)	$UP_T$
Ventas total de materia prima durante el periodo (T)	$VT_{MT}$
Costos directos de producción de materia prima durante el periodo (T)	$CDP_{MT}$
Costo del transporte de la materia prima a la planta del proveedor durante el Periodo (T)	$CTM_T$
Gastos Fijos del proveedor el periodo (T)	$GF_{PT}$
Costos de ventas de materia prima durante el periodo (T)	$CV_{MT}$
Costos de envío de materia prima, del proveedor al fabricante (F), durante el periodo (T)	$CE_{MFT}$
Costos de almacenamiento de materia prima durante el periodo (T)	$CA_{MT}$
Capacidad total de almacenamiento de materia prima por parte del productor	$AT_{PM}$
Capacidad total de almacenamiento de producto (L) por el fabricante (F)	$AT_{FL}$
Capacidad total de almacenamiento de producto (L) por el Distribuidor (D)	$AT_{DL}$
Utilidad total del fabricante durante el periodo (T)	$UF_T$
Ventas total de Producto (L) durante el periodo (T), del fabricante (F)	$VT_{FLT}$
Costos directos de producción del producto (L), del fabricante (F) durante el periodo (T)	$CDP_{FLT}$
Gastos fijos del fabricante (F) durante el periodo (T)	$GF_{FT}$
Costos de ventas del producto (L), del fabricante (F) durante el periodo (T)	$CVP_{FLT}$
Costos de ventas del producto (L), del fabricante (F) durante el periodo (T)	$CV_{FLT}$
Costos de envío del producto (L), del fabricante (F) al Distribuidor (D), durante el periodo (T)	$CEP_{FLDT}$
Costos de almacenamiento del producto (L), del fabricante (F) durante el periodo (T)	$CA_{FLT}$
Utilidad total del Distribuidor durante el periodo (T)	$UD_T$

Ventas total de Producto (L) durante el periodo (T), del Distribuidor (D)	$VT_{DLT}$
Gastos fijos del Distribuidor (D) durante el periodo (T)	$GF_{DT}$
Costos de ventas del producto (L), del Distribuidor (D) durante el periodo (T)	$CV_{DLT}$
Costos de almacenamiento del producto (L), del Distribuidor (D) durante el periodo (T)	$CA_{FLT}$
Unidades totales de materia prima requerida por el fabricante durante el periodo (T)	$UT_{MFT}$
Precio de venta de la materia prima durante el periodo (T)	$PV_{MT}$
Unidades Producidas de materia prima durante el periodo (T)	$UP_{MT}$
Costo de producción por unidad de materia prima durante el periodo (T)	$CU_{MT}$
Total materia prima en $m^3$ requerida durante el Periodo (T)	$TM_T$
Materia prima requerida para fabricar una unidad del producto (L)	$M_L$
Total Unidades requeridas del producto (L)	$TUR_L$
Total Unidades requeridas del producto (L) por el distribuidor (D)	$UR_{LD}$
Proyección de ventas del producto (L) por el distribuidor (D)	$PV_{LD}$
Costo total de transporte de materia prima requerida durante el Periodo (T)	$CTM_T$
Unidades de materia prima en $m^3$ que se pueden transportar en una hora	$UMH$
Valor del transporte de materia prima por Hora.	$VH$
Unidades Vendidas de materia prima durante el periodo (T)	$UV_{MT}$
Costo de Ventas por unidad de materia prima durante el periodo (T)	$CVU_{MT}$
Unidades de materia prima enviadas al fabricante ((F) durante el periodo (T)	$UE_{FMT}$
Costo unitario de envío de materia prima al fabricante (F) durante el periodo (T)	$CUE_{FMT}$
Inventario inicial de materia prima con que se abre el periodo (T)	$II_{MT}$

Inventario Final de materia prima con que se abre el periodo (T)	$IF_{MT}$
Costo unitario de Almacenamiento de materia prima durante el periodo (T)	$CUA_{FMT}$
Unidades totales de Producto (L) requerido por el Distribuidor (D) al fabricante (F) durante el periodo (T)	$UT_{LDT}$
Precio de venta del producto (L), dado por el fabricante (F) durante el periodo (T)	$PV_{FLT}$
Unidades Producidas del producto (L) durante el periodo (T)	$UP_{LT}$
Costo de producción por unidad del producto (L) durante el periodo (T)	$CU_{LT}$
Unidades Vendidas del producto (L) por el fabricante (F), durante el periodo (T)	$UV_{FLT}$
Costo de Ventas por unidad de producto (L) por el fabricante (F) durante el periodo (T)	$CVU_{FLT}$
Unidades de producto (L) enviado del fabricante ((F) al distribuidor (D) durante el periodo (T)	$UE_{FDLT}$
Costo unitario de envío de producto (L) enviado del fabricante ((F) al distribuidor (D) durante el periodo (T)	$CUE_{FDLT}$
Inventario inicial de producto (L), que posee el fabricante (F) con que se abre el periodo (T)	$II_{FLT}$
Inventario Final de producto (L), que posee el fabricante (F) con que se abre el periodo (T)	$IF_{FLT}$
Costo unitario de Almacenamiento de producto (L) que genera el fabricante (F) durante el periodo (T)	$CUA_{FLT}$
Unidades totales Vendidas del Producto (L) por el Distribuidor (D) durante el periodo (T)	$UV_{DLT}$
Precio de venta del producto (L) dado por el distribuidor (D) durante el periodo (T)	$PV_{DLT}$
Unidades Vendidas del producto (L) por el Distribuidor (D), durante el periodo (T)	$UV_{DLT}$
Costo de Ventas por unidad de producto (L) por el distribuidor (D) durante el periodo (T)	$CVU_{DLT}$
Inventario inicial de producto (L), que posee el distribuidor (D) con que se abre el periodo (T)	$II_{DLT}$

Inventario Final de producto (L), que posee el distribuidor (D) con que se abre el periodo (T)	$IF_{DLT}$
Costo unitario de Almacenamiento de producto (L) que genera el Distribuidor (D) durante el periodo (T)	$CUA_{DLT}$
Capacidad total de almacenamiento del proveedor durante el periodo (T)	$CTA_{PT}$
Capacidad total de almacenamiento del Fabricante (F) durante el periodo (T)	$CTA_{FT}$
Capacidad total de almacenamiento del Distribuidor(D) durante el periodo (T)	$CTA_{DT}$

### 6.2.4 Formulación del Modelo Matemático Multiobjetivo para la Planeación Colaborativa de la Cadena de Suministro los Materiales para la Construcción.

- **Función Objetivo**

Maximizar la utilidad

$$UT_T = \sum_P UP_T + \sum_F UF_T + \sum_D UD_T \quad (36)$$

La función objetivo es la suma de todas las utilidades de cada uno de los eslabones de la cadena de distribución como: utilidad del proveedor + utilidad del fabricante + utilidad del distribuidor + los beneficios del cliente

- Función de Utilidad de cada eslabón

$$UP_T = \sum_T (VT_{MT} - CDP_{MT} - CTM_T - GF_{PT} - CV_{MT} - CE_{FMT} - CA_{MT}) \quad (37)$$

$$UF_T = \sum_T (VT_{FLT} - CDP_{FLT} - GF_{FLT} - CV_{FLT} - CE_{FDLT} - CA_{FLT}) \quad \forall F \quad (38)$$

$$UD_T = \sum_T (VT_{DLT} - CV_{DLT} - GF_{DT} - CA_{DLT}) \quad \forall D \quad (39)$$

- Costos e ingresos Proveedor

$$VT_{MT} = \sum (UT_{MFT}) \quad \forall F * PV_{MT} \quad (40)$$

$$CDP_{MT} = UP_{MT} * CU_{MT} \quad (41)$$

- Materia prima requerida y gastos de la misma

$$TM_T = \sum (M_L * TUR_L) \quad \forall L \quad (42)$$

$$TUR_L = \sum UR_{L,D} \quad \forall D \quad (43)$$

$$UR_{LD} = PV_{LD} \quad (44)$$

$$CTM_T = \frac{TM_T}{UMH} * VH \quad (45)$$

- Unidades de materia prima vendidas, costo de ventas y de envío

$$CV_{MT} = UV_{MT} * CVU_{MT} \quad (46)$$

$$UV_{MT} = \sum(U E_{FMT}) \forall F \quad (47)$$

$$CE_{FMT} = UE_{FMT} * CUE_{FMT} \quad (48)$$

- Inventario final y costos de almacenamiento

$$CA_{MT} = IF_{MT} * CUA_{MT} \quad (49)$$

$$II_{MT} = IF_{M(T-1)} \quad (50)$$

$$IF_{MT} = II_{MT} + UP_{MT} - UV_{MT} \quad (51)$$

- Costos e ingresos fabricante

$$VT_{FLT} = \sum((UT_{FLDT}) \forall D * (PV_{FLT}) \forall F, D, L) \quad (52)$$

- Costos de producción

$$CDP_{FLT} = UP_{LT} * CU_{LT} \quad (53)$$

- Unidades vendidas Costos de ventas y de envío

$$CV_{FLT} = \sum(UV_{FIT} * CVU_{FLT}) \forall F, L \quad (54)$$

$$UV_{FIT} = \sum(U E_{FDLT}) \forall F, D, L \quad (55)$$

$$CE_{FLT} = \sum(U E_{FDLT} * CUE_{FDLT}) \forall F, L, D \quad (56)$$

- Inventario final y costo de almacenamiento

$$CA_{FLT} = \sum(IF_{FLT} * CUA_{FLT}) \forall F, L \quad (57)$$

$$II_{FLT} = IF_{FL(T-1)} \quad (58)$$

$$IF_{FLT} = II_{FLT} + UP_{FLT} - UV_{LT} \quad (59)$$

- Costos e ingresos distribuidor

$$VT_{DLT} = \sum((UV_{LDT}) \forall D * (PV_{LDT}) \forall L, D) \quad (60)$$

- Unidades vendidas proyección de ventas y costos de ventas

$$CV_{DLT} = \sum(UV_{DIT} * CVU_{DLT}) \forall D, L \quad (61)$$

- Inventario final y costos de almacenamiento

$$CA_{DLT} = \sum(IF_{DLT} * CUA_{DLT}) \forall D, L \quad (62)$$

$$II_{DLT} = IF_{DL(T-1)} \quad (63)$$

$$IF_{DLT} = II_{DLT} + UE_{FDLT} - UV_{DLT} \quad (64)$$

- Restricciones Adicionales

$$II_{MT} + UP_{MT} \geq UE_{FMT} \quad (65)$$

$$II_{FLT} + UP_{FLT} \geq UV_{FLT} \quad (66)$$

$$II_{DLT} + UE_{FDLT} \geq PV_{LD} \quad (67)$$

El stock de inventario debe ser igual o superior a la demanda o los requerimientos del siguiente eslabón de la cadena de suministros, esto para satisfacer todas las demandas.

$$IF_{MT} \leq CTA_{PT} \quad (68)$$

$$IF_{FLT} \leq CTA_{FT} \quad (69)$$

$$IF_{DLT} \leq CTA_{DT} \quad (70)$$

El inventario final de cada elemento de los eslabones no debe superar la capacidad de almacenamiento del mismo.